Elektromagnetisches Feld

Elektromagnetische Wellen

DIN 1324 Teil 3

Electromagnetic field; electromagnetic waves

1 Anwendungsbereich und Zweck

Diese Norm behandelt die physikalischen Grundlagen für elektromagnetische Wellen, deren mathematische Beschreibung sowie die zugehörigen Begriffe.

2 Allgemeines

Die in dieser Norm behandelten Größen und Begriffe sind in Tabelle 1 angegeben.

Der mathematische Ausdruck zur räumlichen und zeitlichen Beschreibung einer Welle wird Wellenfunktion genannt. Elektromagnetische Wellen sind polarisierbar. Ihre Wellenfunktionen sind deshalb vektoriell.

Elektromagnetische Wellen werden zweckmäßig durch die Wellenfunktionen der zugehörigen elektrischen Feldstärke $\vec{E}$ und der magnetischen Feldstärke $\vec{H}$ beschrieben. Die Feldstärken $\vec{E}$ und $\vec{H}$ ergeben sich aus Messungen oder aus der Integration der Maxwellschen Feldgleichungen unter Berücksichtigung von Neben-, Rand- und Anfangsbedingungen.

Die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen ist nicht an die Existenz eines materiellen Mediums gebunden.

Die Norm baut auf den Maxwellschen Feldgleichungen auf (siehe DIN 1324 Teil 1/05.88, Gleichungen (1) bis (4)). Außerhalb von Quellen wird bei Anwesenheit von Materie diese als homogen, linear wirkend und isotrop mit zeitinvarianten Eigenschaften vorausgesetzt.

Es werden die Differentialoperatoren grad, div, rot und der vektorielle Laplace-Operator Δ nach DIN 4895 Teil 2 benutzt.

Tabelle 1. **Übersicht**

Begriff oder Gleichung	Formelzeichen	SI-Einheit	Siehe Abschnitt
Wellenfunktion			2
Wellengleichungen			3
Eingeprägte Leitungsstromdichte	$\vec{J}_0$	A/m^2	3.1
Eingeprägte Raumladungsdichte	ϱ_0	C/m^3 = A · s/m^3	3.1
Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen	c	m/s	3.1
Lorentz-Konvention			3.2
Elementare Dipole als Punktquellen elektromagnetischer Wellen			4
Hertzscher Dipol			4
Fitzgeraldscher Dipol			4
Feldwellenwiderstand	Z_F	Ω	4
Helmholtzsche Gleichungen			5
Komplexe Kreisrepetenz	$\underline{k}$	1/m	5.1
Nullphasenwinkel	φ_{0i}	rad	5.2
Phasenwinkel	φ_i	rad	5.2
Phasengeschwindigkeit, Gruppengeschwindigkeit, Wellenlänge			6
Phasengeschwindigkeit	$\vec{v}_{pi}$	m/s	6.1
Gruppengeschwindigkeit	$\vec{v}_{gi}$	m/s	6.2
Wellenlänge	λ_i	m	6.3

Fortsetzung Seite 2 bis 4

Normenausschuß Einheiten und Formelgrößen (AEF) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V.
Deutsche Elektrotechnische Kommission im DIN und VDE (DKE)

Tabelle 1. (Fortsetzung)

Begriff oder Gleichung	Formelzeichen	SI-Einheit	Siehe Abschnitt
Wellenformen			7
Ebene Wellen			7.1
Vektorieller Ausbreitungskoeffizient	$\vec{\gamma}$	1/m	7.1.1
Vektorieller Dämpfungskoeffizient	$\vec{\alpha}$	1/m	7.1.1
Vektorieller Phasenkoeffizient	$\vec{\beta}$	1/m	7.1.1
TEM-Wellen			7.1.2
TM-Wellen			7.1.3
TE-Wellen			7.1.3
Zylinderwellen			7.2
Kugelwellen			7.3
Feldwellenimpedanzen			8
Feldwellenimpedanz für TEM-Wellen	$\underline{Z}_{\mathrm{F}}$	Ω	8
Feldwellenimpedanz für TM-Wellen	$\underline{Z}_{\mathrm{FM}}$	Ω	8
Feldwellenimpedanz für TE-Wellen	$\underline{Z}_{\mathrm{FE}}$	Ω	8

3 Wellengleichungen

3.1 Als Quellen der elektromagnetischen Wellen sind die eingeprägte Leitungsstromdichte $\vec{J}_0$ und die eingeprägte Raumladungsdichte ϱ_0 aufzufassen. Bei Einführung der eingeprägten Leitungsstromdichte

$$\vec{J}_0 = \vec{J} - \varkappa \vec{E} \tag{1}$$

und der eingeprägten Raumladungsdichte

$$\varrho_0 = \varepsilon \operatorname{div} \vec{E} \tag{2}$$

führen die Feldgleichungen unter Beachtung der Materialgleichungen (siehe DIN 1324 Teil 1/05.88, Abschnitt 3.2) und bei Vernachlässigung von anderen als Leitfähigkeitsverlusten auf die Wellengleichung für die elektrische Feldstärke:

$$\Delta \vec{E} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \varkappa \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu \frac{\partial \vec{J}_0}{\partial t} + \operatorname{grad} \frac{\varrho_0}{\varepsilon} \tag{3}$$

und die Wellengleichung für die magnetische Feldstärke:

$$\Delta \vec{H} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \varkappa \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = - \operatorname{rot} \vec{J}_0 \tag{4}$$

Mit

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \tag{5}$$

wird die Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Wellen im betrachteten Medium eingeführt.

3.2 Mit der Lorentz-Konvention wird hier über die bisher noch unbestimmten Quellen des Vektorpotentials verfügt:

$$\operatorname{div} \vec{A}_{\mathrm{m}} = - \varepsilon \mu \frac{\partial \varphi_{\mathrm{e}}}{\partial t} - \varkappa \mu \varphi_{\mathrm{e}} \tag{6}$$

Unter den gleichen Vernachlässigungen wie in Abschnitt 3.1 ergeben sich für die elektrodynamischen Potentiale φ_{e} und $\vec{A}_{\mathrm{m}}$ die folgenden Wellengleichungen:

$$\Delta \varphi_{\mathrm{e}} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \varphi_{\mathrm{e}}}{\partial t^2} - \varkappa \mu \frac{\partial \varphi_{\mathrm{e}}}{\partial t} = - \frac{\varrho_0}{\varepsilon} \tag{7}$$

$$\Delta \vec{A}_{\mathrm{m}} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{A}_{\mathrm{m}}}{\partial t^2} - \varkappa \mu \frac{\partial \vec{A}_{\mathrm{m}}}{\partial t} = - \mu \vec{J}_0 \tag{8}$$

4 Elementare Dipole als Punktquellen elektromagnetischer Wellen

Die Punktquellen elektromagnetischer Wellen sind der Hertzsche Dipol, das ist ein Elementardipol mit oszillierendem elektrischem Dipolmoment $\vec{p}\,(t)$, und der Fitzgeraldsche Dipol, das ist ein Elementardipol mit oszillierendem magnetischem Flächenmoment $\vec{m}(t)$ (siehe DIN 1324 Teil 1/05.88, Abschnitte 6.2 und 6.4).

Wegen der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Welle besteht zwischen der Quellzeit t' und der Beobachtungszeit t bei einem räumlichen Abstand r zwischen Quell- und Beobachtungspunkt der Zusammenhang:

$$t' = t - \frac{r}{c} \tag{9}$$

Dieser Zusammenhang wird als Retardierung bezeichnet. Er führt bei den Lösungen der Gleichungen (7) und (8) auf die retardierten Potentiale. Für einen Hertzschen Dipol lautet die Lösung für das retardierte Vektorpotential:

$$\vec{A}_{\mathrm{m}}(r, t) = \frac{\mu}{4\pi} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial t} \vec{p} \left(t - \frac{r}{c}\right) \tag{10}$$

Ist der Dipol im Ursprung eines Koordinatensystems angeordnet und weist sein Moment $\vec{p}$ in Richtung der z-Achse, so ergeben sich in einem System von Kugelkoordinaten r, ϑ, φ die folgenden Komponentengleichungen für das elektromagnetische Feld:

$$\begin{aligned}
E_\varphi &= 0\,, \quad H_r = 0\,, \quad H_\vartheta = 0\,,\\
H_\varphi &= \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{c} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial t}\right) \frac{\sin \vartheta}{r}\\
E_r &= \frac{1}{2\pi\varepsilon} \left(\frac{1}{r^2} p - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r}\right) \frac{\cos \vartheta}{r}\\
E_\vartheta &= - \frac{1}{4\pi\varepsilon} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{1}{r^2} p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}\right) \frac{\sin \vartheta}{r}
\end{aligned} \tag{11}$$

Berücksichtigt man in Gleichung (11) nur Terme, die sich proportional zu $1/r$ verhalten, so spricht man vom Fernfeld des Dipols. Für das Fernfeld eines Hertzschen Dipols gilt daher:

$$\begin{aligned}
H_\varphi &= \frac{1}{4\pi c} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \frac{\sin \vartheta}{r}\\
E_r &= 0\\
E_\vartheta &= \frac{1}{4\pi\varepsilon c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \frac{\sin \vartheta}{r}
\end{aligned} \tag{12}$$